FISIKA DASAR (TEKNIK SIPIL)

FLUIDA

Mirza Satriawan

Physics Dept.
Gadjah Mada University
Bulaksumur, Yogyakarta
email: mirza@ugm.ac.id

Pendahuluan

Dalam bagian ini kita mengkhususkan diri pada materi yang memiliki keadaan khusus. Bila sebelumnya kita pernah membahas materi atau benda tegar, di mana jarak relatif antara bagian-bagian atau partikel-partikel penyusun materi tetap, maka sekarang kita meninjau kasus kebalikannya, yaitu kasus di mana jarak relatif antara bagian-bagian materi atau partikel-partikel penyusun materi dapat berubah-ubah. Materi yang berada dalam keadaan ini disebut sebagai fluida, dapat berupa cairan maupun gas, dan dinamai fluida karena memiliki sifat dapat mengalir. Karena partikel-partikel dalam fluida dapat mudah bergerak, maka secara umum rapat massanya tidak konstan. Walaupun begitu dalam buku ini, dalam kebanyakan kasus kita hanya akan meninjau keadaan dengan kerapatan konstan. Kita akan mempelajari fenomena-fenomena fisis dari fluida, khususnya terkait dengan sifatnya yang dapat mengalir.

Tekanan

Sebuah gaya yang bekerja pada sebuah permukaan fluida akan selalu tegak lurus pada permukaan tersebut. Karena fluida yang diam tidak dapat menahan komponen gaya yang sejajar dengan permukaannya. Komponen gaya yang sejajar dengan permukaan fluida akan menyebabkan fluida tadi bergerak mengalir. Karena itu kita dapat mendefinisikan suatu besaran yang terkait dengan gaya normal permukaan dan elemen luasan permukaan suatu fluida.

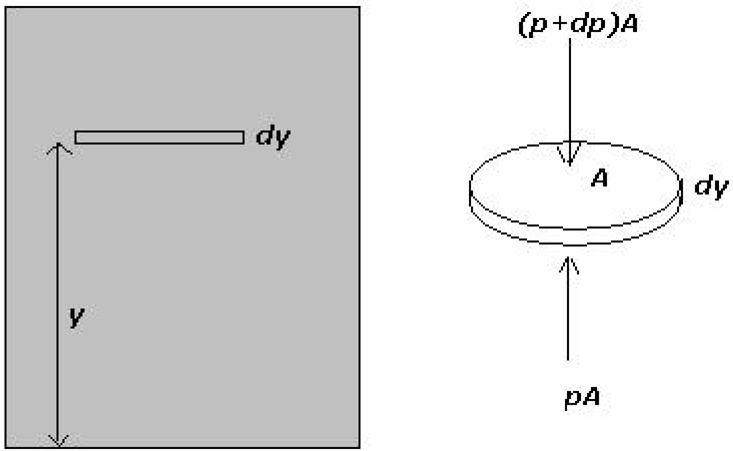
Kita tinjau suatu fluida, dan kita ambil suatu bagian volume dari fluida itu dengan bentuk sembarang, dan kita beri nama S. Secara umum akan terdapat gaya dari luar S pada permukaannya oleh materi di luar S. Sesuai prinsip hukum Newton ketiga, mestinya akan ada gaya dari S yang, sesuai pembahasan di atas, mengarah tegak lurus pada permukaan S. Gaya tadi diasumsikan sebanding dengan elemen luas permukaan $\mathrm{d}\vec{S}$, dan konstanta kesebandingannya didefinisikan sebagai tekanan

$$\vec{F} = p\mathrm{d}\vec{S} \tag{1}$$

Jadi arah $\vec{F}$ adalah tegak lurus permukaan, searah dengan arah $\mathrm{d}\vec{S}$, dan tekanan p adalah besaran skalar. Satuan SI dari tekanan adalah pascal (Pa), dan 1 Pa $=$ 1 N/m^2.

Tekanan Hidrostatik

Dalam suatu fluida yang diam, setiap bagian dari fluida itu berada dalam keadaan kesetimbangan mekanis. Kita tinjau sebuah elemen berbentuk cakram pada suatu fluida yang berjarak y dari dasar fluida, dengan ketebalan cakram $\mathrm{d}y$ dan luasnya A (lihat gambar).


dy
y
(p+dp)A
A
dy
pA

Total gaya pada elemen cakram tadi harus sama dengan nol. Untuk arah horizontal gaya yang bekerja hanyalah gaya tekanan dari luar elemen cakram, yang karena simetri haruslah sama. Untuk arah vertikal, selain gaya tekanan yang bekerja pada permukaan bagian atas dan bagian bawah, juga terdapat gaya berat, sehingga

$$pA - (p + \mathrm{d}p)A - \mathrm{d}w = 0 \tag{2}$$

dengan $\mathrm{d}w = \rho g A \mathrm{d}y$ adalah elemen gaya berat. Kita dapatkan

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -\rho g \tag{3}$$

Persamaan ini memberikan informasi bagaimana tekanan dalam fluida berubah dengan ketinggian sebagai akibat adanya gravitasi.

Tinjau kasus khusus bila fluidanya adalah cairan. Untuk cairan, pada rentang suhu dan tekanan yang cukup besar, massa jenis cairan ρ dapat dianggap tetap. Untuk kedalaman cairan yang tidak terlalu besar kita dapat asumsikan bahwa percepatan gravitasi g konstan. Maka untuk sembarang dua posisi ketinggian y_1 dan y_2, kita dapat mengintegrasikan persamaan di atas

$$\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p = -\rho g \int_{y1}^{y2} \mathrm{d}y \tag{4}$$

atau

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \tag{5}$$

Bila kita pilih titik y_2 adalah permukaan atas cairan, maka tekanan yang beraksi di permukaan itu adalah tekanan udara atmosfer, sehingga

$$p = p_0 + \rho g h \tag{6}$$

menu

dengan $h = (y_2 - y_1)$ adalah kedalaman cairan diukur dari permukaan atas. Untuk kedalaman yang sama tekanannya sama.

Kasus lain adalah bila fluidanya adalah gas, atau lebih khusus lagi bila fluidanya adalah udara atmosfer bumi. Sebagai titik referensi adalah permukaan laut (ketinggian nol), dengan tekanan p_0 dan massa jenis ρ_0. Kita asumsikan gasnya adalah gas ideal yang mana massa jenisnya sebanding dengan tekanan, sehingga

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \tag{7}$$

Dengan memakai pers. (3), maka

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -g\rho_0\frac{p}{p_0} \tag{8}$$

atau

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{g\rho_0}{p_0}\mathrm{d}y \tag{9}$$

yang bila diintegralkan akan menghasilkan

$$p = p_0 e^{-g(\rho_0/p_0)}y \tag{10}$$

Prinsip Pascal

Untuk suatu cairan dalam wadah tertutup, tetap berlaku pers. (5). Karena itu bila terjadi perubahan tekanan ada titik 1 sebesar Δp_1, maka

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 - g(y_2 - y_1)\Delta\rho \tag{11}$$

Tetapi untuk cairan perubahan rapat massanya dapat diabaikan $\Delta\rho \approx 0$, sehingga $\Delta p_2 = \Delta p_1$. Ini berarti tekanan yang diberikan pada titik 1 akan diteruskan tanpa pengurangan ke sembarang titik dalam cairan tersebut. Inilah yang dikenal sebagai prinsip Pascal. Prinsip ini hanya konsekuensi dari persamaan tekanan hidrostatika.

Prinsip Archimedes

Kita tinjau sebuah benda yang tercelup kedalam suatu fluida. Fluida tadi akan memberikan faya tekanan kepada setiap bagian permukaan benda. Gaya tekan pada bagian yang lebih dalam tentunya lebih besar (karena tekanannya lebih besar). Karena itu total gaya tekan yang bekerja pada seluruh permukaan benda tadi akan menimbulkan total gaya ke atas. Besar gaya ke atas tadi bisa diperoleh sebagai berikut. Seandainya pada tempat benda tadi digantikan dengan fluida yang sama dengan lingkungannya, maka tentunya akan berada dalam keadaan kesetimbangan. Sehingga total gaya ke atas tadi tentunya sama dengan berat fluida yang menggantikan benda tadi. Prinsip ini terkenal sebagai prinsip Archimedes. Jadi pada sebuah benda yang tercelup ke dalam suatu fluida akan terdapat total gaya ke atas (gaya apung) yang besarnya sama dengan berat fluida yang ditempati benda tadi.

Pengukuran Tekanan

Tekanan udara diukur dengan menggunakan alat yang diberinama barometer. Barometer yang pertama kali dibuat adalah barometer air raksa, buatan Torriclelli. Dari gambar jelas bahwa tekanan udara akan sama dengan tekanan titik P pada air raksa. Bagian atas dari kolom air raksa terdapat uap air raksa yang tekanannya dapat diabaikan. Sehingga tekanan udara diberikan oleh

$$p = \rho_m g h \tag{12}$$

dengan ρ_m adalah rapat massa air raksa.

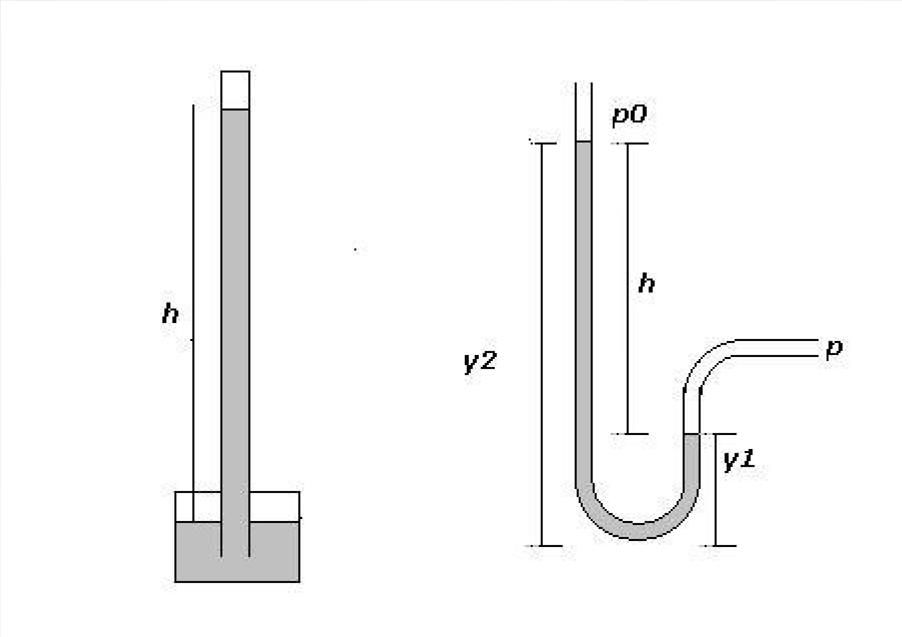


Figure 1: Barometer dan Manometer

Alat ukur tekanan yang lain adalah manometer air raksa (Lihat gambar). Tekanan dalam tabung daat dicari dengan menggunakan pers. (??)

$$p = p_0 + \rho_m g h \tag{13}$$

Jenis-Jenis Aliran Fluida

Pada bagian ini kita akan meninjau kasus fluida bergerak/mengalir. Normalnya, ketika kita meninjau keadaan gerak dari suatu sistem partikel, kita akan berusaha memberikan informasi mengenai posisi dari setiap partikel sebagai fungsi waktu. Tetapi untuk kasus fluida ada metode yang lebih mudah yang dikembangkan mula-mula oleh Euler. Dalam metode ini kita tidak mengikuti pergerakan masing-masing partikel, tetapi kita memberi informasi mengenai keadaan fluida pada setiap titik ruang dan waktu. Keadaan fluida pada setiap titik ruang dan untuk seluruh waktu diberikan oleh informasi mengenai massa jenis $\rho(\vec{r}, t)$ dan kecepatan fluida $\vec{v}(\vec{r}, t)$.

Aliran fluida dapat dikategorikan menurut beberapa kondisi

1. Bila vektor kecepatan fluida di semua titik $\vec{v} = \vec{(\vec{r})}$ bukan merupakan fungsi waktu maka alirannya disebut aliran tetap (steady), sebaliknya

bila tidak maka disebut aliran tak tetap (non steady).

2. Bila di dalam fluida tidak ada elemen fluida yang berotasi relatif terhadap suatu titik maka aliran fluidanya disebut alira irrotasional, sedangkan sebaliknya disebut aliran rotasional.

3. Bila massa jenis ρ adalah konstan, bukan merupakan fungsi ruang dan waktu, maka alirannya disebut aliran tak termampatkan, sebaliknya akan disebut termampatkan.

4. Bila terdapat gaya gesek dalam fluida maka alirannya disebut aliran kental, sedangkan sebaliknya akan disebut aliran tak kental. Gaya gesek ini merupakan gaya-gaya tangensial terhadap lapisan-lapisan fluida, dan menimbulkan disipasi energi mekanik.

Persamaan Kontinuitas

Tinjau suatu bagian berbentuk sembarang O dari suatu fluida yang mengalir. Misalkan dalam bagian tersebut terdapat suatu sumber (bila bernilai positif) atau bocoran (bila bernilai negatif), kita lambangkan dengan S yang memberi (kelajuan) jumlah massa yang terbentuk atau hilang di O per satuan waktu. Seandainya tidak ada perubahan massa menjadi energi (total massa kekal/konstan), maka total massa fluida per satuan waktu yang masuk ke O dikurangi massa yang keluar dari O harus sama dengan S. Total massa yang masuk maupun keluar dapat dicari dengan menghitung fluks aliran yang menembus permukaan O. Sebelumnya kita definisikan dulu rapat arus fluida sebagai perkalian antara rapat massa dan kecepatan fluida di suatu titik ruang waktu,

$$\vec{j} = \rho\vec{v} \tag{14}$$

Bila rapat arus fluida dikalikan skalar dengan elemen luas permukaan $\mathrm{d}\vec{A}$ maka akan didapatkan

$$\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{15}$$

Untuk setiap satuan waktu $\mathrm{d}t$ maka

$$\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \rho\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{16}$$

suku terakhir adalah laju perubahan massa yang memasuki O. Bila dalam O tidak terdapat sumber maka jumlah massa yang sama harus keluar dari O, tetapi bila ada sumber berarti selisih laju perubahan massa yang masuk dan keluar sama dengan S

$$-\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + S = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{17}$$

yang dapat dituliskan sebagai

$$-\vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + S = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{18}$$

Kita tinjau kasus khusus dengan kecepatan fluida tidak bergantung waktu dan dapat dianggap sama untuk titik-titik permukaan yang tidak terlalu besar. Kita ambil O berbentuk tabung aliran dengan dua buah permukaan sisi tutupnya A_1 dan A_2. Dari pers. (16), dapat diperoleh bahwa total massa yang masuk pada permukaan A_1 dan yang keluar pada A_2 dapat dituliskan sebagai

$$\frac{\mathrm{d}m_1}{\mathrm{d}t} = \rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{A}_1 \tag{19}$$

dan

$$\frac{\mathrm{d}m_2}{\mathrm{d}t} = \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{A}_2 \tag{20}$$

Bila tidak ada sumber maka kedua nilai tadi harus sama, jadi

$$\rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{A}_1 = \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{A}_2 \tag{21}$$

Persamaan ini juga sering disebut sebagai persamaan kontinuitas, walau sebenarnya hanya merupakan kasus khusus saja.

Persamaan Bernoulli

Persamaan Bernoulli sebenarnya hanya bentuk lain dari persamaan kekekalan energi mekanik yang diterapkan pada fluida. Tentunya fluida yang ditinjau harus tak kental agar tidak terdapat disipasi energi sebagai panas. Lihat gambar di bawah ini,

Sesuai dengan teorema usaha-energi kita ketahui bahwa usaha oleh gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik.

$$W_{\mathrm{nk}} = \Delta E_m \tag{22}$$

Dalam kasus di atas, usaha non konservatifnya dilakukan oleh gaya tekanan. Usaha totalnya adalah

$$W_{\mathrm{nk}} = (p_1 A_1 v_1 - p_2 A_2 v_2)\Delta t \tag{23}$$

Sedangkan perubahan energi mekaniknya adalah

$$\frac{1}{2}(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)v_2^2 + g(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)y_2 - \frac{1}{2}(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)v_1^2 - g(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)y_1 \tag{24}$$

sehingga

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t + \frac{1}{2}(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)v_1^2 + g(\rho_1 A_1 v_1 \Delta t)y_1 = p_2 A_2 v_2 \Delta t + \frac{1}{2}(\rho_2 A_2 v_2 \Delta t)v_2^2 + g(\rho_2 \tag{25}$$

Tetapi dari persamaan kontinuitas diketahui $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$, dan bila diasumsikan bahwa $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ maka

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \tag{26}$$

atau

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{konstan} \tag{27}$$

Inilah persamaan Bernoulli.